维普资讯 http://www.cqvip.com

用图论理论正确掌握破圈法

庞素珍
（张家口市职业技术学校，河北 张家口 075000）

摘要：用图论中有向树和赋权图的理论指出了一些书中所讲“破圈法”的错误，同时也点出了求网络图中关键路线的两种新方法. 详细说明了如何正确使用破圈法.

关键词：网络图；破圈法；关键路线；有向树；赋权图

中图分类号：O 175 **文献标识码**：A **文章编号**：1673-1492（2007）05-0080-03

Correctly Master Broken Circle Method with Graph Theory

PANG Su-zhen
(Zhangjiakou Vocational Technology School, Zhangjiakou 075000, Hebei, China)

Abstract: The article points out the errors about “Broken Circle Method” of some books by using the theory about “Directed Tree” and “Weighted Graph” and at the same time it introduces two kinds of new methods. It also explains in detail how to use “Broken Circle Method” correctly.

Key words: network chart; broken circle method; critical path; directed tree; weighted graph

破圈法，是网络计划技术中，用来确定关键路线的方法之一，方法简单而又直观. 然而目前有些书中，对破圈法的论述过分简单，甚至出现错误. 如：错误一：“这种方法就是从始点开始，按编号从大到小的顺序，逐步考察结点.”显然，应该改为从始点结点开始，按编号从小到大的顺序，逐步考察结点. 或改为从终点结点开始，按编号从大到小的顺序逐步考察结点. 因为网络图结点编号的一般规则，是始点结点编号最小，始点结点编号最大.

错误二：“设一个有两条以上箭线通过的结点. 把其中一条时间较短的箭线去掉，便把较短线路断开，即破掉两条线路所构成的圈. 如箭式网络图 1 中的 A 和 B 比较，A 的时间短于 B，故去掉 A，而保留 B.”按以上所讲，如果箭式网络图 1 中的时间为 5，B 的时间仍为 4，就应该去掉 B，而留 A. 这样做的结果显然错了.

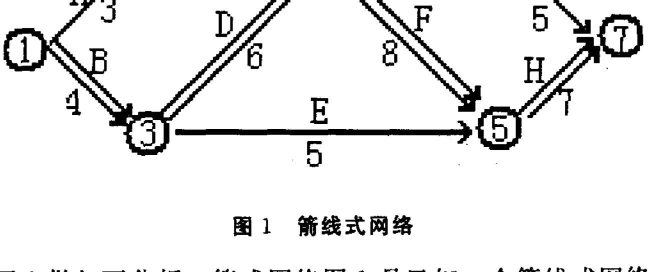

图 1 箭线式网络

我们可以对箭式网络图 1 做如下分析. 箭式网络图 1 是已知一个箭线式网络图，要求确定该网络图的

来稿日期：2007-05-07
作者简介：庞素珍（1952-），女，河化宣化人，张家口市职业技术学校讲师.

维普资讯 http://www.cqvip.com

关键路线. 我们知道，关键路线是网络图中时间最长的路线. 我们可以用图论中有向树的理论迅速将其关键路线求出. 结果如有向树图 2 所示.

由有向树图 2 得出，关键路线为：①$\xrightarrow[4]{\text{B}}$③$\xrightarrow[6]{\text{D}}$④$\xrightarrow[8]{\text{F}}$⑤$\xrightarrow[7]{\text{H}}$⑦　25

如果将箭式网络图 1 中 A 的时间由 3 改为 5，其它不变，再用有向树的理论求出的关键路线的结果如有向树图 3 所示.

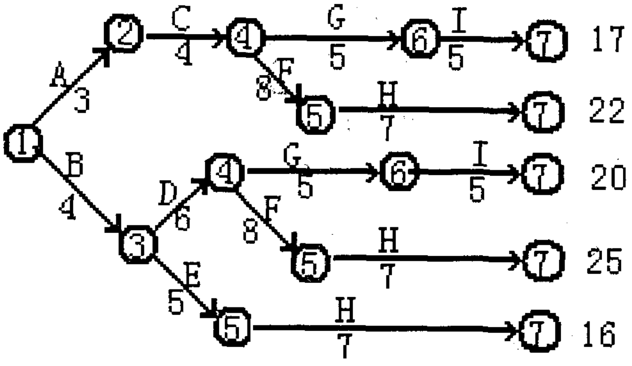

图 2　有向树图

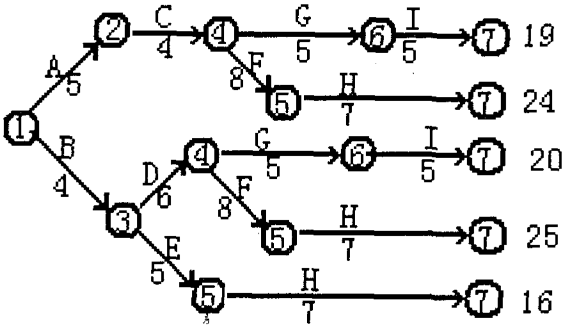

图 3　有向树图

由有向树图 3 得出的关键路线仍然是：①$\xrightarrow[4]{\text{B}}$③$\xrightarrow[6]{\text{D}}$④$\xrightarrow[8]{\text{F}}$⑤$\xrightarrow[7]{\text{H}}$⑦　25

由以上分析可知，当 A 的时间为 5 时，B 的时间仍为 4，出现了 A 的时间大于 B 的时间，也不能去掉 B 而保留 A[1].

下面我们再用图论中赋权图的理论进一步分析这个问题. 按照赋权图的理论，箭式网络图 1 是个有向赋权图，是四重组. 图中任意两结点 u 和 v 之间的路长最大值 D（u，v）定义为：

$$D(u,v)=\begin{cases}\max\{W(p)/p\text{ 为图中 }u,v\text{ 间的路径}\} \\ 0 \quad \text{当 }u\text{ 到 }v\text{ 的时间为零时}\end{cases}$$

考虑箭式网络图 1 结点①和⑦之间路长的最大值，也就是关键路线的路长为[2]：

$D(1,7)=\max\{3+4+5+5,\ 3+4+8+7,\ 4+6+5+5,\ 4+6+8+7,\ 4+5+7\}=25$

由以上分析可知，要找出两结点间的路长最大值需要比较的是，两结点间的所有路径的长度. 而不能只取出两结点间各路径中的一条箭线的时间进行比较.

那么，应该如何正确使用破圈法呢？当一张只有一个始点结点，且只有一个终点结点的网络图画好以后，按照给结点编号的原则和方法，首先给各结点编号，形成一个完整的网络图，如箭式网络图 1. 这时就可以用破圈法找关键路线了，其方法是：

第一步：找圈. 一般都是从零点结点开始，顺着箭线方向，按结点编号由小到大的顺序，逐个考察每一个结点. 首先找出结点编号较大（和始点结点相比），且又有两条或两条以上的箭线流进的结点，设为

维普资讯 http://www.cqvip.com

结点 y（如箭式网络图 1 中的结点④）. 然后，从结点 i 逆着流进 j 的箭线往回走，一定可以找到发出两条或几条箭线的结点，设为 i（如箭式网络图 1 中的结点①）. 由结点 i 到结点 j 必定有两条或两条以上的路径. 也就是说，结点 i、j 之间必定出现一个或几个由结点和箭线形成的圈（如图 4）.

第二步：破圈. 比较由 i 到 j 所有路径的路长（即路径上所需时间之和），把路长较短，且流进结点 j 的一条或几条箭线断开（或去掉），留下路长最长的路径，即破掉了由这向几条路径构成的圈. 如找圈图中，路径①$\frac{A}{3}$→②$\frac{C}{4}$→④的路长为 3＋4＝7；路径①$\frac{B}{4}$→③$\frac{D}{6}$→④路长的为 4＋6＝10. 所以应该断开（或去掉）箭线 C，而留下路径①$\frac{B}{4}$→③$\frac{D}{6}$→④. 这就破掉了由这两条路径构成的圈（如破圈图 5 和结果图 6）. 破圈图 5 表示将箭线 C 断开，结果图 6 表示去掉了箭线 C. 如果出现两条或几条路长相同的路径，则保留不动. 比较完流进结点 j 的所有路径之后，再用同样的办法考察 j 以后的结点，一直到终点结点为止.

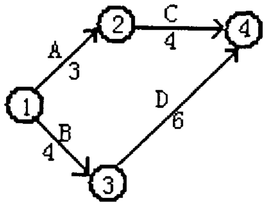

图 4　找圈图

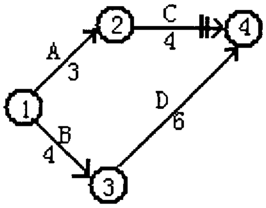

图 5　破圈图

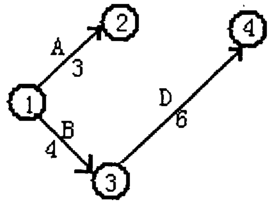

图 6　结果图

总破圈图是将箭式网络图 1 从始点结点开始，顺着箭线方向，按结点编号由小到大的顺序，完成破圈工作并标出所有应该断开箭线的完整图形.

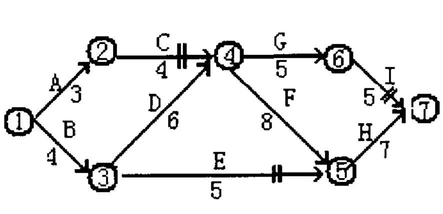

图 7　总破圈图

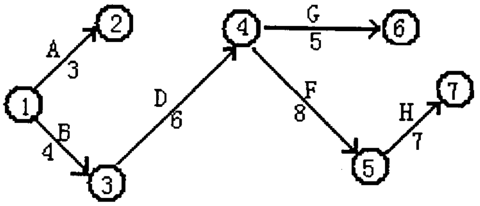

图 8　总结果图

总结果图是去掉所有断开箭线的完整图形.

在实际工作中，如果不是要求画出去掉所有应该断开箭线的完整图形，那么，只画出总破圈图的图形就可以了.

第三步：确定关键路线. 破圈过程结束以后，找出能从始点结点，顺着箭线方向，到达终点结点的所有路径，这些路径都是关键路线.

关键路线上的工序都是关键工序. 我们从总破圈图或总结果图中都可以明显地看到图 1 的关键路线是[3]：

①$\frac{B}{4}$→③$\frac{D}{6}$→④$\frac{F}{8}$→⑤$\frac{H}{7}$→⑦

（注：箭式网络图 1 中只有一条关键路线，而有些网络图中的关键路线可能多于一条）

如果从终点结点开始破圈，其方法应该是：从终点结点开始，按编号从大到小的顺序，逐个考察每一个结点，具体做法与从始点结点开始破圈类似. 这里不再赘述.

参考文献：

[1]　J. A. 邦迪，U. S. R 默蒂. 图论及其应用 [M]. 北京：科学出版社，1984. 89-94

[2]　方世昌. 离散数学 [M]. 西安：西北电讯工程学院出版社，1985. 123-134

[3]　刘景然. 工业企业管理 [M]. 北京：高等教育出版社，1989. 213-216

[责任编辑：刘守义]